

Βελτιστοποίηση παραγωγής με χρήση μαθηματικών μοντέλων: Μια μελέτη περίπτωσης

Αλέξης Καρακαλίδης

*Πανεπιστήμιο Μακεδονίας, Σχολή Επιστημών Πληροφορίας
Τμήμα Εφαρμοσμένης Πληροφορικής, Εγνατίας 156 , Θεσσαλονίκη 54636*

Ιούνιος 28, 2017



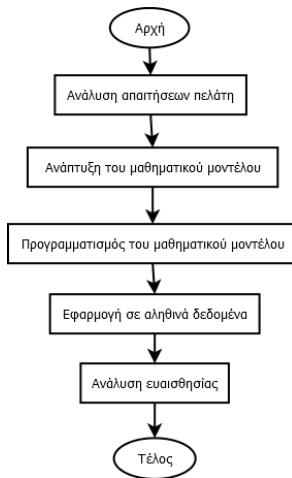
Περιεχόμενα

- Εισαγωγή
- Βιβλιογραφική ανασκόπηση
- Παραγωγική διαδικασία της εταιρίας
- Περιγραφή του προβλήματος
- Ανάπτυξη του μοντέλου
- Αριθμητικό παράδειγμα
- Ανάλυση ευαισθησίας
- Οφέλη
- Λεπτομέρειες υλοποίησης AMPL
- Συμπεράσματα και μελλοντικές κατευθύνσεις



Μεθοδολογία

Σχήμα: Διαδικασία παρούσας μελέτης



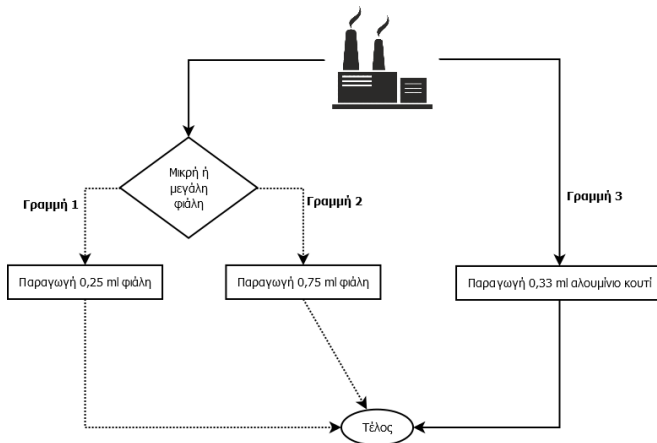
Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

- Voß, Stefan, and David L Woodru. 2006. Introduction to computational optimization models for production planning in a supply chain. Vol. 240. Springer Science & Business Media.
- M. K. Omar & S. C. Teo (2007) Hierarchical production planning and scheduling in a multi-product, batch process environment, International Journal of Production Research, 45:5, 1029-1047
- Sabar, M., B. Montreuil, and J.M. Frayret. 2008. Competency and preference based personnel scheduling in large assembly lines." International Journal of Computer Integrated Manufacturing 21:4: 468-479
- Masoumeh Kazemi Zanjani , Mustapha Nourelfath & Daoud Ait-Kadi (2010) A multi-stage stochastic programming approach for production planning with uncertainty in the quality of raw materials and demand, International Journal of Production Research, 48:16, 4701-4723
- Nenes, George, and Yiannis. Nikolaidis. 2012. "A multi-period model for managing used product returns." International Journal of Production Research 50:5: 1360-1376
- Lin, Yi-Kuei, and Ping-Chen Chang. 2012. Reliability evaluation for a manufacturing network with multiple production lines." Computers & Industrial Engineering 63: 1209-1219



Παραγωγική διαδικασία της εταιρίας 1/3

Σχήμα: Παραγωγική διαδικασία



Παραγωγική διαδικασία της εταιρίας 2/3

Πίνακας: Αντιστοίχιση γραμμών-προϊόντων

Γραμμή 1		Γραμμή 2		Γραμμή 3
0,25 ml πλαστικό	0,25 ml χάρτινο	0,75 ml πλαστικό	0,75 ml χάρτινο	0,33 ml αλουμίνιο

Πίνακας: Ταυτόχρονη παραγωγή

	0,25 ml πλαστικό	0,25 ml χάρτινο	0,75 ml πλαστικό	0,75 ml χάρτινο	0,33 ml αλουμίνιο
0,25 ml πλαστικό	-	x	x	x	✓
0,25 ml χάρτινο	-	-	x	x	✓
0,75 ml πλαστικό	-	-	-	x	✓
0,75 ml χάρτινο	-	-	-	-	✓
0,33 ml αλουμίνιο	-	-	-	-	-



Παραγωγική διαδικασία της εταιρίας 3/3

- Κάθε προϊόν έχει συγκεκριμένη παραγωγική ικανότητα που είναι γνωστή εκ των προτέρων π.χ. 5.000 συσκευασίες ανά βάρδια
- Λόγω της φύσης της εργασίας, ένας ελάχιστος αριθμός ανδρών απαιτούνται ανά προϊόν
- Απαγορεύεται η εργασία εργαζομένων σε διπλή βάρδια



Περιγραφή του προβλήματος

Απαιτήσεις της εταιρίας:

- Ελαχιστοποίηση των ανενεργών-αδρανών ανθρωποωρών
- Ικανοποίηση της ζήτησης όσο το δυνατόν πλησιέστερα στην πραγματική ζήτηση (ελαχιστοποίηση κόστους συντήρησης)

Λύση:

- Ένα βέλτιστο πλάνο ανάθεσης ανθρωπίνου δυναμικού και προγραμματισμού βαρδιών

Χρονικός ορίζοντας

- Μήνας



Δείκτες

Δείκτες

d εργάσιμες ημέρες: $1, \dots, D$

g φύλο εργαζόμενου: $1, \dots, 2$, 1 για άνδρα, 2 για γυναίκα

s βάρδιες: $1, \dots, S$

p προϊόντα: $1, \dots, P$



Παράμετροι

Παράμετροι

nm αριθμός ανδρών εργαζομένων

nf αριθμός γυναικών εργαζομένων

c_p παραγωγική ικανότητα ανά προϊόν p

dem_p ζήτηση ανά προϊόν p

w_p απαιτούμενοι εργαζόμενοι ανά προϊόν p

nm_p ελάχιστοι απαιτούμενοι άνδρες ανά προϊόν p



Μεταβλητές απόφασης

Μεταβλητές απόφασης

- x_{dgs} ακέραιο μεταβλητή που υποδηλώνει τον αριθμό των εργαζομένων στην ημέρα d , φύλου g , στην βάρδια s , του προϊόντος p
- z_{ds} δυαδική μεταβλητή βάρδιων στην ημέρα d , στην βάρδια s , του προϊόντος p
- γ_{ds} δυαδική μεταβλητή που υποδηλώνει την ταυτόχρονη παραγωγή του 5ου προϊόντος μαζί με οποιοδήποτε από τα υπόλοιπα ανά ημέρα/βάρδια



Αντικειμενική συνάρτηση

$$\min D \times (nm + nf) - \sum_{d=1}^D \sum_{g=1}^2 \sum_{s=1}^S \sum_{p=1}^P x_{dgsp} + \sum_{p=1}^P \left(\sum_{d=1}^D \sum_{s=1}^S z_{dsp} \times c_p - dem_p \right)$$



Περιορισμοί 1/2

$$\sum_{g=1}^2 \sum_{s=1}^S \sum_{p=1}^P x_{dgs p} \leq nm + nf, \forall d \quad (1)$$

$$x_{d1sp} \geq rnm_p \times z_{dsp}, \forall d, \forall s, \forall p \quad (2)$$

$$\gamma_{ds} \leq \sum_{p=1}^4 z_{dsp}, \forall d, \forall s \quad (3)$$

$$\sum_{p=1}^4 z_{dsp} + z_{ds5} - 1 \leq \gamma_{ds}, \forall d, \forall s \quad (4)$$

$$\sum_{g=1}^2 x_{dgs p} = w_p \times z_{dsp}, \forall d, \forall s, p = 1, ..4 \quad (5)$$

$$\sum_{g=1}^2 x_{dgs5} = w_5 \times z_{ds5} - 2 \times \gamma_{ds}, \forall d, \forall s \quad (6)$$



Περιορισμοί 2/2

$$\sum_{p=1}^4 z_{dsp} \leq 1, \forall d, \forall s \quad (7)$$

$$\sum_{s=1}^S \sum_{p=1}^P x_{d1sp} \leq nm, \forall d \quad (8)$$

$$\sum_{s=1}^S \sum_{p=1}^P x_{d2sp} \leq nf, \forall d \quad (9)$$

$$z_{d1p} \geq z_{d2p}, \forall d, \forall p \quad (10)$$

$$dem_p \leq \sum_{d=1}^D \sum_{s=1}^S z_{dsp} \times c_p, \forall p \quad (11)$$



Εφαρμογή σε αληθινά δεδομένα

Αριθμός εργάσιμων ημερών : 22

Αριθμός ανδρών εργαζομένων : 10

Αριθμός γυναικών εργαζομένων : 15

Πίνακας: Δεδομένα για κάθε προϊόν του αριθμητικού παραδείγματος

	0.25 ml πλαστικό	0.25 ml χάρτινο	0.75 ml πλαστικό	0.75 ml χάρτινο	0.33 ml αλουμίνιο
παραγωγική ικανότητα	5,000	5,600	3,000	3,000	3,500
ζήτηση	72,000	21,000	2,100	3,500	40,000
απαιτούμενοι εργαζόμενοι	16	11	11	10	5 ή 3 ¹
ελάχιστος απαιτούμενοι άνδρες	3	3	3	3	1

¹Όταν η παραγωγή του 0.33 ml αλουμινίου κουτιού είναι ταυτόχρονα με οπουδήποτε από τα υπόλοιπα προϊόντα τότε οι εργαζόμενοι που χρειάζονται πλέον είναι 3 αντί για 5



Ερμηνεία αποτελεσμάτων 1/2

Πίνακας: Κατανομή ανδρών σε βάρδιες

	1η Βάρδια					2η Βάρδια				
	0,25 πλαστικό	0,25 χάρτινο	0,75 πλαστικό	0,75 χάρτινο	0,33 αλουμίνιο	0,25 πλαστικό	0,25 χάρτινο	0,75 πλαστικό	0,75 χάρτινο	0,33 αλουμίνιο
1	3	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2	8	-	-	-	1	-	-	-	-	1
3	5	-	-	-	3	-	-	-	-	1
4	10	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5	-	3	-	-	-	-	7	-	-	-
6	3	-	-	-	-	-	-	-	-	-
7	-	-	-	3	-	-	-	-	3	-
8	-	-	-	-	1	-	-	-	-	1
9	10	-	-	-	-	-	-	-	-	-
10	10	-	-	-	-	-	-	-	-	-
11	10	-	-	-	-	-	-	-	-	-
12	-	-	-	-	5	-	-	-	-	5
13	-	3	-	-	-	-	7	-	-	-
14	10	-	-	-	-	-	-	-	-	-
15	3	-	-	-	-	-	-	-	-	-
16	5	-	-	-	3	-	-	-	-	1
17	-	-	-	-	1	-	-	-	-	5
18	10	-	-	-	-	-	-	-	-	-
19	10	-	-	-	-	-	-	-	-	-
20	10	-	-	-	-	-	-	-	-	-
21	10	-	-	-	-	-	-	-	-	-
22	-	-	10	-	-	-	-	-	-	-



Ερμηνεία αποτελεσμάτων 2/2

Πίνακας: Κατανομή γυναικών σε βάρδιες

	1η Βάρδια					2η Βάρδια				
	0,25 πλαστικό	0,25 χάρτινο	0,75 πλαστικό	0,75 χάρτινο	0,33 αλουμίνιο	0,25 πλαστικό	0,25 χάρτινο	0,75 πλαστικό	0,75 χάρτινο	0,33 αλουμίνιο
1	13	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2	8	-	-	-	2	-	-	-	-	4
3	11	-	-	-	0	-	-	-	-	4
4	6	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5	-	8	-	-	-	-	4	-	-	-
6	13	-	-	-	-	-	-	-	-	-
7	-	-	-	7	-	-	-	-	7	-
8	-	-	-	-	4	-	-	-	-	4
9	6	-	-	-	-	-	-	-	-	-
10	6	-	-	-	-	-	-	-	-	-
11	6	-	-	-	-	-	-	-	-	-
12	-	-	-	-	0	-	-	-	-	0
13	-	8	-	-	-	-	4	-	-	-
14	6	-	-	-	-	-	-	-	-	-
15	13	-	-	-	-	-	-	-	-	-
16	11	-	-	-	0	-	-	-	-	4
17	-	-	-	-	4	-	-	-	-	0
18	6	-	-	-	-	-	-	-	-	-
19	6	-	-	-	-	-	-	-	-	-
20	6	-	-	-	-	-	-	-	-	-
21	6	-	-	-	-	-	-	-	-	-
22	-	-	1	-	-	-	-	-	-	-



Μέρος της λύσης 1/2

```
CPLEX 12.1.0: optimal integer solution; objective 9981
1197 MIP simplex iterations
```

```
=====
Day = i1 = 1
```

```
Gender = i2 = 1
```

```
:   x[i1,i2,i3,i4] z[i1,i3,i4]   :=
1 1           3           1
;
```

```
=====
Day = i1 = 1
```

```
Gender = i2 = 2
```

```
:   x[i1,i2,i3,i4] z[i1,i3,i4]   :=
1 1           13           1
;
```

```
=====
```



Μέρος της λύσης 2/2

```
total_Production [*] :=  
1  75000  
2  22400  
3   3000  
4   6000  
5  42000  
;  
  
idle_manHours = 181  
  
>Exit code: 0
```



Ανάλυση ευαισθησίας 1/2

Πίνακας: Μεταβολή στις εργάσιμες ημέρες

	Εργάσιμες ημέρες		Αδρανείς ανθρωποώρες	
	Τιμή	Μεταβολή(%)	Τιμή	Μεταβολή(%)
#1	25	4,5%	250	38,12%
#2	24	9,1%	227	25,41%
#3	23	13,6%	204	12,71%
#4	22	0%	181	0%
#5	21	-4,5%	158	-12,71%
#6	20	-9,1%	131	-25,41%
#7	19	-13,6%	112	-38,12%
#8	18	-18,2%	Αδύνατο	-



Ανάλυση ευαισθησίας 2/2

Πίνακας: Μεταβολή της ζήτησης

	Ζήτηση	Αδρανείς ανθρωποώρες	
	Μεταβολή(%)	Τιμή	Μεταβολή(%)
#1	-21%	254	40,33%
#2	-18%	243	34,25%
#3	-15%	227	25,41%
#4	-12%	214	18,23%
#5	-9%	200	10,50%
#6	-6%	200	10,50%
#7	-3%	195	7,73%
#8	3%	181	0,00%
#9	6%	164	-9,39%
#10	9%	155	-14,36%
#11	12%	141	-22,10%
#12	15%	136	-24,86%
#13	18%	136	-24,86%
#14	21%	Αδύνατο	-



Οφέλη 1/2

- Καλύτερη και αυτοματοποιημένη διαδικασία ανάθεσης προσωπικού και προγραμματισμού βαρδιών
 - Καλύτερη αξιοποίηση και διαχείριση των διαθέσιμων ανθρωποωρών
- Εύκολη πρόσβαση και αλλαγή δεδομένων σε περιπτώσεις που κάποιοι παράμετροι αλλάζουν
- Κάλυψη έκτακτων αναγκών
 - Ασθενειών
 - Δικαιούχων αδειών
 - Εγκυμοσύνης
 - Διακοπών ρεύματος
 - Ακραίων καιρικών συνθηκών όπως π.χ. παγετός
- Λιγότερα αποθέματα - λιγότερο κόστος συντήρησης



Οφέλη 2/2

- Σε περιπτώσεις περίσσιας παραγωγής, το πλεόνασμα αυτό μπορεί να αφαιρεθεί από την ζήτηση του επόμενου μήνα
- Καλύτερη αξιοποίηση των μηχανημάτων στις γραμμές παραγωγής
 - Λιγότερη συντήρηση
 - Λιγότερες καθυστερήσεις
 - Λιγότερο κόστος συντήρησης
- Καλύτερη ποιότητα του προϊόντος



Συμπεράσματα

- Δημιουργία ενός νέου μεικτού ακεραίου προγραμματισμού μαθηματικού μοντέλου
- Εφαρμογή σε αληθινά δεδομένα
- Το προτεινόμενο λογισμικό βελτιστοποίησης παραγωγής αξιοποιεί τις δυνατότητες της γλώσσας AMPL
- Ο κώδικας του μαθηματικού μοντέλου μπορεί εύκολα να επεκταθεί
- Η πλειοψηφία των Επιχειρησιακών Ερευνητών είναι πιο εξοικειωμένοι με γλώσσες μαθηματικής μοντελοποίησης, παρά με κοινές γλώσσες προγραμματισμού



Λεπτομέρειες υλοποίησης AMPL

Σχήμα: Διαδικασία μοντελοποίησης σε AMPL



Μελλοντικές κατευθύνσεις

- Επέκταση του μοντέλου με νέες δυνατότητες
- Προσθήκη στοχαστικότητας σε κάποιες από τις παραμέτρους του προβλήματος.
- Προγραμματισμός του μοντέλου σε μια open source γλώσσα προγραμματισμού



Παρουσιάσεις

Η παρούσα εργασία παρουσιάστηκε στο παρακάτω συνέδριο :

- Karakalidis A., Sifaleras A., and Nikolaidis Y., “A case study on optimizing the performance of a production company using a new mathematical model”, presented in the 6th International Symposium and 28th National Conference on Operational Research, 8-10 June, Thessaloniki, 2017.



Τέλος παρουσιάσης

Ευχαριστώ πολύ για την προσοχή σας!

