# Προγραμματισμός και εφαρμογή μαθηματικών πάνω στη σχεδίαση τυχερών παιγνιών

Μαρκόπουλος Βασίλης

*Πανεπιστήμιο Μακεδονίας, Σχολή Επιστημών Πληροφορίας*
*Τμήμα Εφαρμοσμένης Πληροφορικής, Εγνατίας 156, 54636 Θεσσαλονίκη*

25 Ιουνίου, 2019

# Εισαγωγικά

- Εισαγωγή
- Βιβλιογραφική επισκόπηση
- Στατιστική Ανάλυση Le Mystere du Prince
- Στάδιο Μπόνους
- Εκδοχές παιχνιδιού
- Συμπεράσματα και μελλοντικές κατευθύνσεις

# Σημαντικοί Όροι για τα Slot Machines

- Ποσοστό Επιστροφής του Παίκτη (RTP)
- Γραμμή Πληρωμής
- Ειδικά Σύμβολα (wild, scatter)
- Μεταβλητότητα (Volatility)
- Μίνι Μπόνους Στάδια

# Παρόμοιες Στατιστικές Αναλύσεις Παιχνιδιών

- Deconstructing the Atkins Diet Slot Machine (https://wizardofodds.com/games/slots/atkins-diet/)
- Deconstructing Cleopatra (https://wizardofodds.com/games/slots/cleopatra/)
- Slot Designer (http://slotdesigner.com/wp/wp-content/uploads/Elements-of-Slot-Design-2nd-Edition.pdf)

# Κίνητρο της εργασίας

- Η συνεργασία με την εταιρία Zeus Play με σκοπό την προσφορά εργασίας
- Ο συνδυασμός της βελτιστοποίησης με την κατασκεύη παιχνιδιών
- Ενδιαφέρον κλάδος πέρα από το ακαδημαϊκό κομμάτι

# Βασικό Παιχνίδι

- Ένα $3 \times 5$ παιχνίδι με 10 γραμμές πληρωμής
- Ο κανόνας πληρωμής είναι από τα αριστερά προς τα δεξιά
- Τα ειδικά σύμβολα είναι το scatter και το wild το οποίο πληρώνει επί δύο
- Το scatter είναι ένα σύμβολο που πληρώνει σε όλες τις θέσεις της οθόνης
- Το wild είναι ένα σύμβολο μπαλαντέρ, για όλα τα σύμβολα εκτός του scatter

# Βασικό Παιχνίδι

Σχήμα: Le Mystere du Prince

# Άνάλυση Βασικού Παιχνιδιού

- Η στατιστική ανάλυση του παιχνιδιού έγινε με την προσομοίωση Full Cycle (Ανάλυση όλων των πιθανών συνδυασμών)
- Ο υπολογισμός των συνδυασμών γίνεται πολλαπλασιάζοντας όλα τα μεγέθη των συμβόλων των τροχών
- Ο τύπος:
$$\prod_{j=1}^{n} t_j = t_1 t_2 \ldots t_n$$

# Ανάλυση στατιστικών στο Excel

- Οι εμφανίσεις των συνδυασμών
- Οι πιθανότητες των συνδυασμών
- Το ποσοστο επιστροφής του κάθε συνδυασμού (RTP)
- Η τυπική απόκλιση και η μεταβλητότητα
- Το συνολικό ποσοστο επιστροφής του βασικού παιχνιδιού (RTP)

# Ανάλυση στατιστικών στο Excel

| | Τροχός1 | Τροχός2 | Τροχός3 | Τροχός4 | Τροχός5 |
|---|---|---|---|---|---|
| εννιάρι | 1 | 4 | 3 | 5 | 6 |
| δεκάρι | 5 | 4 | 6 | 3 | 2 |
| βαλές | 3 | 9 | 4 | 6 | 6 |
| ντάμα | 6 | 4 | 6 | 3 | 2 |
| παππάς | 3 | 7 | 3 | 4 | 6 |
| άσσος | 4 | 3 | 5 | 3 | 3 |
| ρολόι | 2 | 3 | 3 | 5 | 2 |
| κερί | 2 | 4 | 2 | 4 | 4 |
| άλογο | 2 | 3 | 3 | 2 | 3 |
| πεντάμορφη | 1 | 2 | 3 | 2 | 5 |
| τέρας | 1 | 2 | 3 | 3 | 2 |
| scatter | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| ρόδο(wild) | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 |
| Σύνολο | 32 | 48 | 43 | 43 | 43 |
| | | | | | |
| Winning Lines | 10 | | All combinations | | 122,122,752 |

| Winning Match | Win hits | Payoffs | Prob | P(win-aveg.win.)^2 | Wins | Total payoffs | Winning Match(with wild) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 εννιάρι | 288,444 | 2 | 0.002361919 | 0.00477473 | 0.004723837 | 576,888 | 2 εννιάρι |
| 3 εννιάρι | 18,576 | 5 | 0.000152109 | 0.002974103 | 0.000760546 | 92,880 | 3 εννιάρι |
| 4 εννιάρι | 2,160 | 25 | 1.76871E-05 | 0.010549039 | 0.000442178 | 54,000 | 4 εννιάρι |
| 5 εννιάρι | 360 | 100 | 2.94785E-06 | 0.029138639 | 0.000294785 | 36,000 | 5 εννιάρι |
| 3 δεκάρι | 196,080 | 5 | 0.001605598 | 0.03139331 | 0.008027988 | 980,400 | 3 δεκάρι |
| 4 δεκάρι | 14,400 | 25 | 0.000117914 | 0.070326928 | 0.002947854 | 360,000 | 4 δεκάρι |
| 5 δεκάρι | 720 | 100 | 5.89571E-06 | 0.058277278 | 0.000589571 | 72,000 | 5 δεκάρι |
| 3 βαλές | 162,540 | 5 | 0.001330956 | 0.026023401 | 0.00665478 | 812,700 | 3 βαλές |
| 4 βαλές | 23,328 | 25 | 0.000191021 | 0.113929624 | 0.004775523 | 583,200 | 4 βαλές |
| 5 βαλές | 3,888 | 100 | 3.18368E-05 | 0.314697299 | 0.003183682 | 388,800 | 5 βαλές |
| 3 ντάμα | 235,296 | 5 | 0.001926717 | 0.037671971 | 0.009633586 | 1,176,480 | 3 ντάμα |
| 4 ντάμα | 17,280 | 25 | 0.000141497 | 0.084392314 | 0.003537424 | 432,000 | 4 ντάμα |
| 5 ντάμα | 864 | 100 | 7.07485E-06 | 0.069932733 | 0.000707485 | 86,400 | 5 ντάμα |
| 3 παππάς | 100,233 | 10 | 0.000820756 | 0.072858955 | 0.008207562 | 1,002,330 | 3 παππάς |
| 4 παππάς | 9,072 | 50 | 7.42859E-05 | 0.181444485 | 0.003714296 | 453,600 | 4 παππάς |
| 5 παππάς | 1,512 | 125 | 1.2381E-05 | 0.191667398 | 0.001547623 | 189,000 | 5 παππάς |
| 3 άσσος | 98,040 | 10 | 0.000802799 | 0.071264873 | 0.008027988 | 980,400 | 3 άσσος |
| 4 άσσος | 7,020 | 50 | 5.74831E-05 | 0.140403471 | 0.002874157 | 351,000 | 4 άσσος |
| 5 άσσος | 540 | 125 | 4.42178E-06 | 0.068452642 | 0.000552723 | 67,500 | 5 άσσος |
| 3 κερί | 25,456 | 15 | 0.000208446 | 0.043354401 | 0.00312669 | 381,840 | 3 κερί |
| 4 κερί | 2,432 | 75 | 1.99144E-05 | 0.110297954 | 0.001493579 | 182,400 | 4 κερί |
| 5 κερί | 256 | 250 | 2.09625E-06 | 0.130410404 | 0.000524063 | 64,000 | 5 κερί |
| 3 άλογο | 30,186 | 20 | 0.000247178 | 0.093237032 | 0.004943551 | 603,720 | 3 άλογο |
| 4 άλογο | 1,404 | 100 | 1.14966E-05 | 0.113640691 | 0.001149663 | 140,400 | 4 άλογο |
| 5 άλογο | 108 | 400 | 8.84356E-07 | 0.141088211 | 0.000353742 | 43,200 | 5 άλογο |
| 3 ρολόι | 27,864 | 15 | 0.000228164 | 0.047455493 | 0.003422458 | 417,960 | 3 ρολόι |
| 4 ρολόι | 3,600 | 75 | 2.94785E-05 | 0.163269998 | 0.00221089 | 270,000 | 4 ρολόι |
| 5 ρολόι | 180 | 250 | 1.47393E-06 | 0.091694815 | 0.000368482 | 45,000 | 5 ρολόι |
| 2 πεντάμορφη | 144,222 | 2 | 0.001180959 | 0.002387365 | 0.002361919 | 288,444 | 2 πεντάμορφη |
| 3 πεντάμορφη | 10,062 | 25 | 8.23925E-05 | 0.049140941 | 0.002059813 | 251,550 | 3 πεντάμορφη |
| 4 πεντάμορφη | 444 | 125 | 3.63569E-06 | 0.056283283 | 0.000454461 | 55,500 | 4 πεντάμορφη |
| 5 πεντάμορφη | 60 | 750 | 4.91309E-07 | 0.27593534 | 0.000368482 | 45,000 | 5 πεντάμορφη |
| 2 τέρας | 144,222 | 2 | 0.001180959 | 0.002387365 | 0.002361919 | 288,444 | 2 τέρας |
| 3 τέρας | 9,804 | 25 | 8.02799E-05 | 0.047880917 | 0.002006997 | 245,100 | 3 τέρας |

Σχήμα: Ανάλυση στο Excel

# Μπόνους Παιχνίδι

- Το μπόνους παιχνίδι είναι 10 δωρεάν περιστροφές
- Ο συνδυασμός από 3 και πάνω scatters δίνει το έναυσμα του μπόνους παιχνιδιού
- Όλες οι νίκες στο μπόνους πληρώνουν επί 3
- Ο κανόνας αλλάζει και γίνεται από αριστερά και από δεξιά για τους νικηφόρους συνδυασμούς
- Αλλαγή των συμβόλων για οπτικούς λόγους

# Άνάλυση Μπόνους Παιχνιδιού

- Το μπόνους παιχνίδι είναι ένα παιχνίδι σαν το βασικό με διαφορετικούς τροχούς
- Υπολογίζονται τα ίδια στατιστικά όπως στο βασικό, άλλα μία για τους αριστερούς και μία για τους δεξιούς συνδυασμούς
- Η συμμετοχή του στο συνολικό RTP
- Ο τύπος: $final \quad RTP = \frac{B_0 + freespins \times B_1 \left( \frac{1}{1 - bonusfreespins} \right)}{bet} \times 100\%$
- Το freespins είναι ουσιαστικά ο μέσος όρος των δωρεάν περιστροφών που κερδίζει ο πάικτης σε κάθε γύρισμα των τροχών
- Ο τύπος: $freespins = \sum n \cdot p$
  - Το n συμβολίζει τον αριθμό των δωρεάν κερδισμένων περιστροφών
  - Το p συμβολίζει την πιθανότητα του συνδυασμού που δίνει το έναυσμα για το μπόνους )

# Ανάλυση στατιστικών στο Excel

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Base game win | 0.578188821 | | | | |
| bonus game win | 0.384980887 | | 0.963169708 | RTP 1 way | |
| TOTAL RTP | 96.31697% | | 0.963169708 | RTP 2 way | |
| | | | | | |
| Base game | | | | | |
| Trigger N scatts | 5 | 4 | 3 | | |
| Free spins | 10 | 10 | 10 | | Bonus win (1 in..) |
| Prob | 3.9796E-06 | 0.000225511 | 0.005044809 | 0.0052743 | 189.5986288 |
| Freespins | 3.9796E-05 | 0.002255108 | 0.050448093 | 0.052743 | |
| | | | | | |
| freespins | | | 0.052742997 | | |
| retrigger free spins | | | 0.267255892 | | |
| E(freespins) | | | 0.038647121 | | |
| Std. dev | | | 7.59494638 | | |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Bonus game | | | | | | |
| Trigger N scatts | 5 | 4 | 3 | | | |
| Free spins | 10 | 10 | 10 | | | Bonus win (1 in..) |
| Prob | 7.01459E-05 | 0.002104377 | 0.024551066 | 0.026725589 | 0.026725589 | 37.41732283 |
| Freespins | 0.000701459 | 0.021043771 | 0.245510662 | | 0.267255892 | |
| scatter pays | 1500 | 60 | 15 | | | |
| | | | | | | |
| Std dev. | 12.87261249 | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | Extra spins retrigger | 1.364732912 |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | Average free spins in a bonus game for n->oo | 13.64732912 |

Σχήμα: Ανάλυση στο Excel

# Διαφορετικές Εκδοχές του Mystere du Prince

- Ένα online slot machine υλοποιείται σε πολλές εκδοχές:
- Μια εκδοχή με μεγαλο RTP ή μια εκδοχή με μικρό αντίστοιχα
- Μια εκδοχή με υψηλή μεταβλητότητα ή μια εκδοχή με χαμηλή αντίστοιχα

# Εκδοχή χαμηλού RTP

Πίνακας: Χαμηλό RTP

| | |
|---|---|
| Fyll Cycle | 149,710,680 |
| Volatility | 29.83403931 |
| Βασικό παιχνίδι RTP | 56.03039% |
| Μπόνους Συμμετοχή RTP | 31.49353% |
| Συνολικό RTP | 87.52393% |

# Συμπεράσματα

- Για την πλήρη κατασκεύη μιας παιγνιομηχανής απαιτείται μια στατιστική ανάλυση με Full Cycle και μια προσομοίωση με την μέθοδο Monte Carlo , για την αναπαράσταση του παιχνιδιού σε πραγματικές συνθήκες.
- Για την παραγωγή ενός παιχνιδιού κατασκευάζονται πολλαπλές εκδοχές με διαφορετικά στατιστικά.
- Ο στατιστικός όρος volatility συμβάλει σε μεγάλο βαθμό στα σύγχρονα online slots machines .

# Μελλοντική Έρευνα

- Η κατασκεύη ενός προγράμματος ώστε να εκτελείτε η προσομοίωση/μέθοδος Monte Carlo για τεράστιο αριθμό επαναλήψεων
- Με την βοήθεια των μεθόδων βελτιστοποίησης μπορούμε να κατασκευάσουμε παιχνίδια με βέλτιστα χαρακτηριστικά της επιλογής μας
- Οι γενετικόι αλγόριθμοι είναι ένας ευρετικός αλγόριθμος που θα βοηθούσε στην βελτιστοποίηση των στατιστικών μέτρων.

# Τέλος της παρουσίασης

Ευχαριστώ για την προσοχή σας!