Η φοροδιαφυγή ως μερικώς παρατηρήσιμη Μαρκοβιανή διαδικασία

Παπαδοπούλου Παρασκευή

Το πρόβλημα της φοροδιαφυγής

- Φοροδιαφυγή : Απόκρυψη των πραγματικών εσόδων
- Ελέγχος : Ο τρόπος με τον οποίο το κράτος μπορεί να καταλάβει εάν μία φορολογική οντότητα έχει παρανομήσει

Δικη μας συμβολή :

- Πιο ρεαλιστική προσέγγιση από παλαιότερες

(Goumagias, N.D., HristuVarsakelis, D. and Saraidaris,A.:
A Decision Support Model for a Tax Revenue Collection in Greece. Decision Support Systems - 2012)

- Εστιάζουμε στη διάθεση της περαίωσης :

1. Αβεβαιότητα ως προς κινήσεις του κράτους
2. Επιρροή των «διαροών» του Τυπου στις αποφάσεις της εταιρείας

Πως γίνεται ο έλεγχος;

- Το κράτος ελέγχει την επιχείρηση για 5 φορολογικά έτη
- Οι προηγούμενες φορολογικές δηλώσεις είναι αποθηκευμένες

- Όχι επαρκείς πόροι για το έλεγχο όλων των επιχειρήσεων
- Στο μοντέλο μας : Ελέγχεται το 5% του συνόλου των επιχειρήσεων

Τι είναι η περαίωση;

- Φορολογική αμνηστία – προσφορά του κράτους προς τους φορολογούμενους
- Το κράτος δεν ελέγχει την επιχείρηση που παίρνει την περαίωση. Δίνει τη δυνατότητα κάλυψης παλαιώτερων δηλώσεών της
- **Δεν** αποτελεί προνόμιο που δίνεται σε κάθε φορολογικό έτος

Σύγκριση τρόπου προσφοράς της περαίωσης

- Παλαιότερη

i. Η επιχείρηση γνωρίζει ότι η περαίωση θα δωθεί ή όχι την ώρα που κάνει τη φορολογική δήλωση
ii. Επιλογή ποσού που θα αποκρύψει από το κράτος
iii. Δεν υπάρχει αβεβαιότητα για την προσφορά της περαίωσης ή όχι (MDP)

- Δική μας

i. Η επιχείρηση **δε** γνωρίζει αν θα υπάρξει δυνατότητα περαίωσης τη στιγμή που γίνεται η φορολογική δήλωση
ii. Επιλογή ποσού που θα αποκρύψει από το κράτος **ΚΑΙ** επιλογή εάν θα λάβει την περαίωση
iii. Υπάρχει αβεβαιότητα για την προσφορά της περαίωσης ή όχι (POMDP)

Partially Observable Markov Decision Process (POMDP)

- Σύνολο καταστάσεων : $s_1, s_2, \ldots, s_t \in S$
- Σύνολο αποφάσεων : $a_1, a_2, \ldots, a_m \in A$
- Πιθανότητες μετάβασης : $T(s_t, a, s_{t+1}) = P(s_{t+1} \mid s_t, a)$
- Σύνολο παρατηρήσεων : $\hat{s}_1, \hat{s}_2, \ldots, \hat{s}_t \in \hat{S}$
- Πιθανότητες παρατηρήσεων : $Z(s_t, a, \hat{s}_{t+1}) = P(\hat{s}_{t+1} \mid s_t, a)$
- Αμοιβή : $R(a, s) \in \Re$

Οι καταστάσεις στο μοντέλο

$$\mathscr{S} = \{V_1, ..., V_5, O_1, ..., O_5, N_1, ..., N_5\}$$

όπου

- V_i: η εταιρεία ελέγχεται για τις τελευταίες $i = 1, ..., 5$ φορολογικές δηλώσεις της,
- O_i: το κράτος δίνει το δικαίωμα περαίωσης στην εταιρεία, η οποία ελέγχθηκε ή έκανε περαίωση πριν $i = 1, ..., 5$ χρόνια ,
- N_i: Η εταιρεία δεν ελέγχθηκε ή δεν είχε το δικαίωμα περαίωσης, και ο τελευταίος έλεγχος ή η χρήση της περαίωση συνέβη πριν $i = 1, ..., 5$ χρόνια.

Αποφάσεις στο μοντέλο

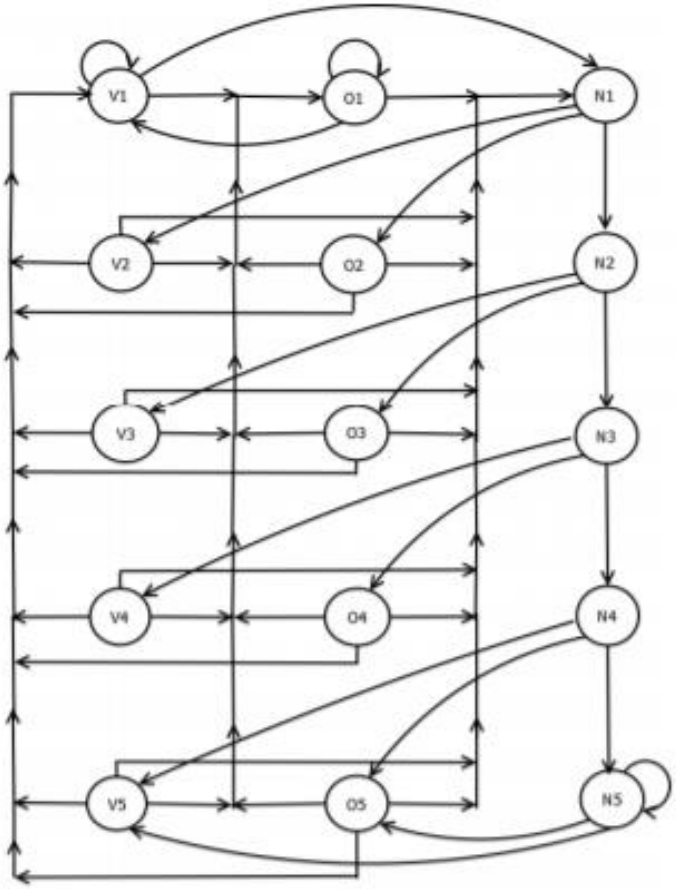
- Κάθε έτος k η επιχείρηση παίρνει 2 αποφάσεις

Συνδιάζεται σε μία απόφαση : $\alpha_k = [v_k, u_k]^T$

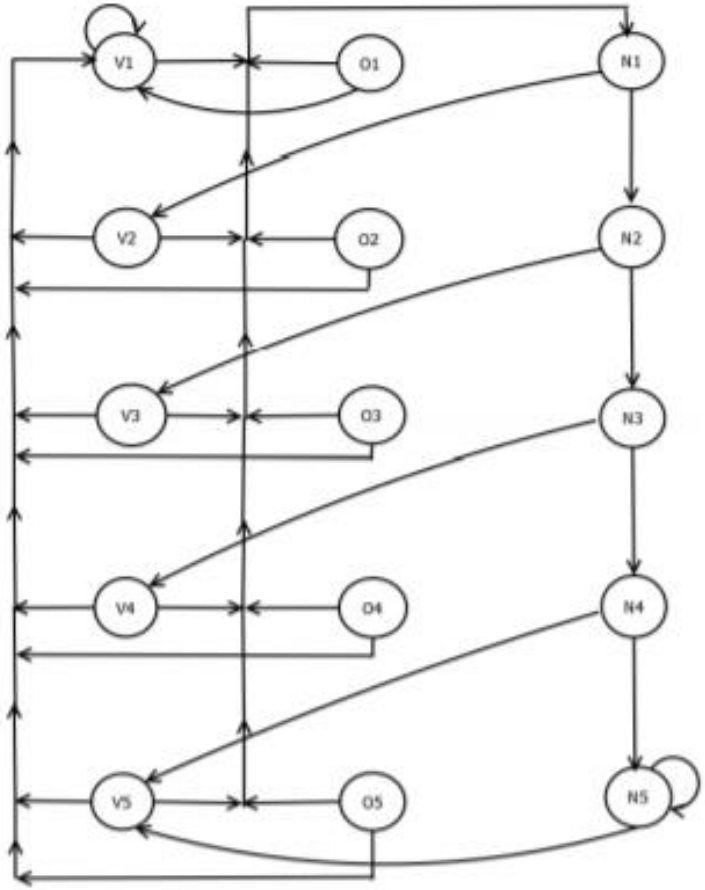
1. Παίρνει περαίωση ($v_k = 1$) ή όχι ($v_k = 2$)

2. $u_k = 0$: δεν αποκρύπτει τίποτα - $u_k = 1$: αποκρύπτει τα πάντα

Διάγραμμα μετάβασης – η επιχείρηση ζητά να χρησιμοποιήσει την περαίωση



Διάγραμμα μετάβασης – η επιχείρηση ζητά να μη χρησιμοποιήσει τη περαίωση



Πιθανότητες μετάβασης

$$Pr\left(s_{k+1} = i | s_k = j, a_k = (v_k, u_k)\right) = T_{ij}\left(v_k\right), \quad i, j \in \{1, \ldots 15\},$$

όπου T_{ij} είναι το (i, j)- στοιχείο του πίνακα μετάβασης T, ο οποίος δίνεται από

$$T\left(v_k\right) = \begin{cases} T_1 & \text{εάν} \quad v_k = 1 \quad \text{(ζητώ περαίωση)} \\ T_2 & \text{εάν} \quad v_k = 2 \quad \text{(απορρίπτω περαίωση)} \end{cases}$$

- Οι τιμές των T1 και T2 δίνονται από τους πίνακες μετάβασης :

$$
T_1 = \begin{bmatrix}
p_V & p_V & p_V & p_V & p_V & p_O & p_O & p_O & p_O & p_O & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_N & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_N & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_N & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{Nf} & p_{Nf} \\
q & q & q & q & q & q & q & q & q & q & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q & q \\
p_{lV} & p_{lV} & p_{lV} & p_{lV} & p_{lV} & p_{lO} & p_{lO} & p_{lO} & p_{lO} & p_{lO} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{lN} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{lN} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{lN} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{lNf} & p_{lNf}
\end{bmatrix}
$$

p = 0.05 , $p_V = (p - 0.8p)/4$, $p_O = (p/5)/4$, $p_N = (p/5)/4$, $p_{Nf} = (p/5)\cdot 4$

q=0.2 , $p_{lV} = 1 - q - p_V$, $p_{lO} = 1 - q - p_O$, $p_{lN} = 1 - q - p_N$, $p_{lNf} = 1 - q - p_{Nf}$

$$T_2 = \begin{bmatrix}
p_V & p_V & p_V & p_V & p_V & p_O & p_O & p_O & p_O & p_O & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_N & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_N & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_N & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{Nf} & p_{Nf} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
p_{lV} & p_{lV} & p_{lV} & p_{lV} & p_{lV} & p_{lO} & p_{lO} & p_{lO} & p_{lO} & p_{lO} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{lN} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{lN} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{lN} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{lNf} & p_{lNf}
\end{bmatrix}$$

$p = 0.05$, $p_V = (p - 0.8p)/4$, $p_O = 3[(p/5)/4]$, $p_N = (p/5)/4$, $p_{Nf} = (p/5)\cdot 4$

$p_{lV} = 1 - p_V$, $p_{lO} = 1 - p_O$, $p_{lN} = 1 - p_N$, $p_{lNf} = 1 - p_{Nf}$

Η αμοιβή της εταιρείας

$$g(x,a) = g\left([s,h^T]^T,a\right) = \Pi \cdot \begin{cases} 1-r+ru & s \in \{11,\ldots,15\} \\ 1-r+ru-\ell(s-5) & s \in \{6,\ldots,10\} \\ 1-r+ru-r\sum_{i=1}^{s}[h]_{6-i} & \\ -\frac{3}{5}\beta r\sum_{i=1}^{s} i[h]_{6-i} & s \in \{1,\ldots,5\} \end{cases}$$

Όπου Π = συνολικο κέρδος , r = φορολογικός συντελεστής,
β = ετήσιο πρόστιμο , l = κόστος περαίωσης ,
h = διάνυσμα ιστορίας (πχ. h = [1 0 0 1 1])

Αβεβαιότητα

- Η επιχείρηση δε γνωρίζει από πριν εάν θα δωθεί η περαίωση
- Δε γνωρίζει αν βρίσκεται σε κατάσταση O_i ή σε κατάσταση N_i
- Ύπαρξη πληροφοριών για τις προθέσεις του κράτους – Επιρρεάζουν τις αποφάσεις τις επιχείρησης

Παρατηρήσεις

Σύνόλο των παρατηρήσεων : $\hat{\mathscr{S}} = \{\hat{V}_1, \ldots, \hat{V}_5, \hat{O}_1, \ldots, \hat{O}_5, \hat{N}_1, \ldots, \hat{N}_5\}.$

Τότε: $P\left(\hat{s}_k = \hat{V}_i | s_k = V_i\right) = 1,$

$$P\left(\hat{s}_k = \hat{O}_i | s_k = O_i\right) = z_O, \quad P\left(\hat{s}_k = \hat{N}_i | s_k = O_i\right) = 1 - z_O,$$

$$P\left(\hat{s}_k = \hat{N}_i | s_k = N_i\right) = z_N, \quad P\left(\hat{s}_k = \hat{O}_i | s_k = N_i\right) = 1 - z_N,$$

Διάνυσμα πληροφόρησης:

$$b_{k+1}(s_{k+1}) = c\ P(\hat{s}_{k+1}|s_{k+1}) \sum_{s_k \in \mathscr{S}} Pr(s_{k+1}|s_k, a_k) b_k(s_k)$$

Αναμενόμενη αμοιβή:

$$R(b_k, h_k, a_k) = \sum_{s_k \in S} g\left([s_k, h_k^T]^T, a_k\right) b_k(s_k).$$

Προεξοφλιμένη αναμενόμενη αμοιβή ως προς την πολιτική της εταιρείας $\pi \equiv \alpha$

$$J^{\pi}(b_0, h_0) = \sum_{k=0}^{\infty} \gamma^k \mathop{\mathbb{E}}_{w_k} \left\{ g\left([s_k, h_k^T]^T, a_k \right) | b_0, h_0, \pi \right\}$$

Βέλτιστη συνάρτηση αξίας (Bellman) :

$$J^*(b_k, h_k) = \max_{a_k} \left[R(b_k, h_k, a_k) + \gamma \sum_{\hat{s}_{k+1} \in \hat{\mathscr{S}}} P(\hat{s}_{k+1} | b_k, a_k) J^*(b_{k+1}, h_{k+1}) \right]$$

με

$$P(\hat{s} | b_k, a_k) = \sum_{s, s_k \in \mathscr{S}} P(\hat{s} | s) Pr(s | s_k, a_k) b_k(s_k).$$

Αλγόριθμος επίλυσης

- Βασισμένος σε σημεία - δημιουργια προσεγγιστικών λύσεων – μείωση χρόνου και κόστους επίλυσης
- Perseus - πολύ καλά αποτελέσματα σε ακρίβεια
- Υλοποίηση σε γλώσσα προγραμματισμού Matlab

http://www.st.ewi.tudelft.nl/mtjspaan/software/approx/

«Τέλειες» παρατηρήσεις

- Η επιχείρηση μπορεί να παρατηρήσει με απόλυτη ακρίβεια – γνωρίζει αν βρίσκεται σε κατάσταση O_i ή N_i
- Μετατροπή προβλήματος σε MDP
- Βέλτιστη πολιτική : α=(1,1)

Περαίωση	Διαθέσιμη πάντα	Διαθέσιμη με πιθανότητα 20%	Ποτέ διαθέσιμη
Αναμενόμενη τιμή εσόδων	3354.3	3307.1	3254.5

Αβέβαιες παρατηρήσεις (1)

- Η επιχείρηση δε γνωρίζει αν θα δωθεί η περαίωση
- Πιθανότητα διάθεσης σε κάθε έτος, για 5 χρόνια ελέγχου : q=0.2
- 3 περιπτώσεις πιθανότητας παρατήρησης

i. 100% παρατήρηση – $z_O = z_N = 1$
ii. 50% παρατήρηση – $z_O = z_N = 0.5$
iii. 90% παρατήρηση - $z_O = z_N = 0.9$

Αβεβαιες παρατηρήσεις (2)

Πιθαν ορθότητας παρατήρησης	100%	50%	90%
Αναμενόμενη τιμή εσόδων	3307.1	3309.7	3309.7

Βέλτιστη πολιτική για όλες τις περιπτώσεις α=(1,1)

Αβέβαιες παρατηρήσεις (3)

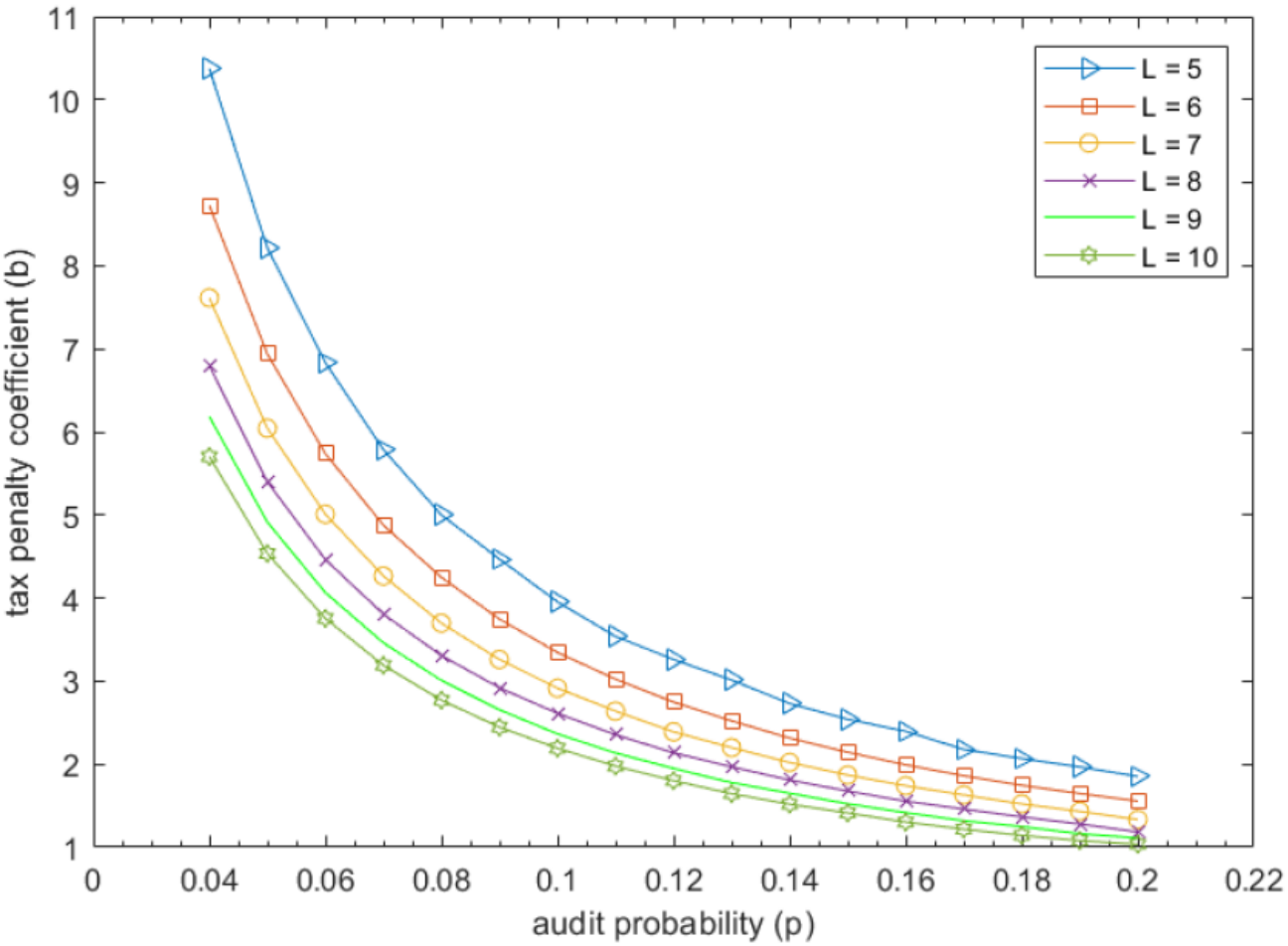
Αρχικά β=0.24, l = 0.023

β	ℓ	50%	90%
6	0.023	2750	2778.5
6	0.04	2714.8	2743.2
7	0.023	2691.3	2733.6
7	0.04	2668.3	2698.3
8	0.023	2662.4	2694
8	0.04	2647.3	2665.9
9	0.023	2642.1	2664
9	0.04	2630.6	2648

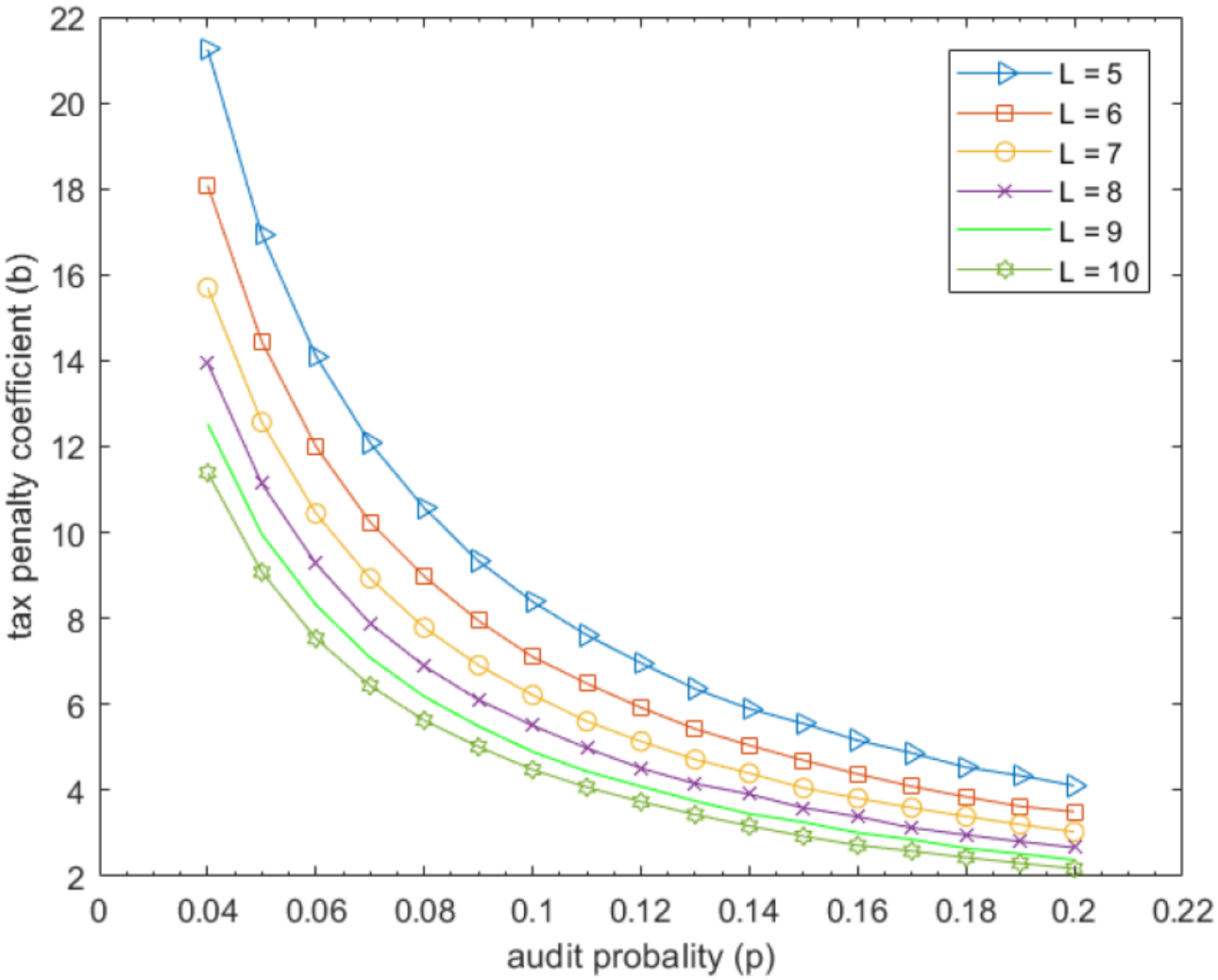
Ο ρόλος της παραγραφής

- L = 5,…,10 χρόνια ελέγχου
- Σύνορο εντιμότητας : για ποιες τιμές προστίμου η εταιρεία ξεκινάει να συμπεριφέρεται έντιμα
- 2 περιπτώσεις :
  i. Μηδενική πιθανότητα περαίωσης
  ii. Μη μηδενική πιθανότητα περαίωσης (q=1/L)

Μηδενική πιθανότητα περαίωσης



Πιθανότητα περαίωσης q=1/L



Συμπεράσματα

- Βέλτιστη πολιτική : Επιλογή αμνηστίας και απόκρυψη κερδών
- Η αβεβαιότητα της εταιρείας ως προς τις προθέσεις του κράτους για διάθεση της αμνηστίας δεν έχει κάποια επίδραση στις αποφάσεις της
- Αύξηση ετών ελεγχου και προστίμων οδηγούν σε μεγαλύτερη εντιμότητα των επιχειρήσεων. Το ίδιο γίνεται και με την αύξηση της συχνότητας ελέγχων

Ερωτήσεις

Σας ευχαριστώ για το χρόνο σας